

MODUL MATEMATIKA UNTUK SMA

istiyanto.com

Mari Berbagi Ilmu Dengan Yang Lain

Pesan soal-soal matematika untuk SD, SMP dan SMA ?

Soal ulangan harian, ulangan mid, ulangan semester, soal-soal UAN dll.

Tulis permintaan Anda dan kirim email ke:

sebelasseptember@yahoo.com

Materi: Fungsi Kuadrat (2)

- A. Menentukan fungsi kuadrat
- B. Menentukan sumbu simetri, titik puncak, sifat definit positif atau negatif fungsi kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna
- C. Menentukan fungsi kuadrat yang melalui tiga titik yang tidak segaris
- D. Model matematika yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat

A. Menentukan Fungsi Kuadrat

Pada materi sebelumnya telah dibahas cara-cara untuk membuat sketsa grafik fungsi kuadrat, bila fungsi kuadratnya diketahui. Apabila permasalahannya diketahui, bagaimana untuk menentukan fungsi kuadrat jika grafiknya diketahui?

Jawaban permasalahan tersebut dapat ditentukan sebagai berikut:

1. Jika grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x di titik $(x_1,0)$ dan $(x_2,0)$ maka persamaannya

$$y = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Kemudian substitusikan salah satu titik yang tidak terletak pada sumbu x , maka akan diperoleh nilai a , lalu substitusikan pada persamaannya.

Contoh:

Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu x di titik $(-1,0)$ dan $(3,0)$ serta melalui titik $(1,8)$!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Fungsi kuadrat tersebut adalah } y &= a(x - x_1)(x - x_2) = a(x + 1)(x - 3) \\ &= a(x^2 - 2x - 3) \end{aligned}$$

$$\text{Melalui titik } (1,8) \Rightarrow 8 = a(1^2 - 2(1) - 3)$$

$$8 = a(-4) \text{ atau } a = -2$$

Jadi, fungsi kuadrat tersebut $y = f(x) = -2(x^2 - 2x - 3) = -2x^2 + 4x + 6$.

Latihan1:

1. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu x di titik $(1,0)$ dan $(5,0)$ serta melalui titik $(-1,12)$!
2. Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu x di titik $(-3,0)$ dan $(-1,0)$ serta melalui titik $(2,30)$!

2. Jika grafik fungsi kuadrat mempunyai titik puncak (p,q) maka persamaannya

$$y = a(x - p)^2 + q.$$

Kemudian substitusikan titik yang bukan titik puncak, maka akan diperoleh nilai a , lalu substitusikan pada persamaannya.

Contoh:

Tentukan fungsi kuadrat yang mempunyai titik puncak $(1,2)$ dan melalui $(0,3)$!

Penyelesaian:

Fungsi kuadrat tersebut adalah

$$\begin{aligned} y = f(x) &= a(x - p)^2 + q. \\ &= a(x - 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

Melalui titik $(0,3) \Rightarrow 3 = a(0-1)^2 + 2$

$$3 = a + 2 \Rightarrow a = 1$$

Jadi, fungsi kuadrat tersebut $y = f(x) = 1(x - 1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 1 + 2 = x^2 - 2x + 3$.

Latihan2:

Tentukan fungsi kuadrat yang melalui:

- a. titik puncak $(-2,-3)$ dan melalui $(-1,2)$
 - b. titik puncak $(2,5)$ dan melalui $(3,8)$.
3. Jika grafik fungsi kudrat melalui tiga titik yang tidak segaris maka diambil bentuk umum fungsi kuadrat yaitu

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Selanjutnya akan diperoleh sistem persamaan linear dengan tiga peubah a , b , c yang selanjutnya dapat diselesaikan dengan cara substitusi atau eliminasi atau yang lainnya.

Contoh:

Tentukan fungsi kuadrat yang melalui titik-titik (0,3), (1,4) dan (2,9) !

Penyelesaian:

Latihan3:

Tentukan fungsi kuadrat yang melalui titik-titik (0,-3), (1,0) dan (-1,4)!

B. Menentukan sumbu simetri, titik puncak, sifat definit positif atau negatif fungsi kuadrat dengan melengkapkan kuadrat sempurna

Fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dapat diubah menjadi

$$f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{D}{-4a} \text{ atau } f(x) = a(x + p)^2 + q,$$

dengan $p = \frac{b}{2a}$ dan $q = \frac{D}{-4a}$.

Nilai maksimum atau minimum dari fungsi $f(x)$ tergantung darinilai a dan p .

1. Untuk $a > 0$ dan $x = -p$ dan diperoleh nilai fungsi f terkecil yaitu $f(-p) = q$.
2. Untuk $a < 0$ dan $x = -p$ akan diperoleh nilai fungsi f terbesar yaitu $f(-p) = q$.

Dikatakan bahwa fungsi kuadrat itu mempunyai:

1. sumbu simetri $x = -p$
2. titik puncak $(-p, q)$, dan
 - a. jika $a > 0$, diperoleh titik puncak minimum
 - b. jika $a < 0$, diperoleh titik puncak maksimum.

Contoh:

Tentukan persamaan sumbu simetri, titik puncak dari fungsi $f(x) = x^2 + 6x - 5$!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 6x - 5 \\ &= x^2 + 6x + 9 - 13 \\ &= (x+3)^2 - 13 \end{aligned}$$