

MODUL MATEMATIKA UNTUK SMA

istiyanto.com

Mari Berbagi Ilmu Dengan Yang Lain

Pesan soal-soal matematika untuk SD, SMP dan SMA ?

Soal ulangan harian, ulangan mid, ulangan semester, soal-soal UAN dll.

Tulis permintaan Anda dan kirim email ke:

sebelasseptember@yahoo.com

A. Pengantar

Pada pertandingan set I, Ali dan Badu bermain seimbang. Namun keberuntungan berpihak pada Ali dan skor ditutup dengan kemenangan tipis 17-16. Pada set II, Badu berusaha mengarahkan segala tenaganya dan strateginya untuk membalas kekalahannya pada set I. Pada set ini Badu memenangkan pertandingan dengan skor 15-13. Mungkin karena staminanya telah anjlok, sehingga set III Badu dikalahkan secara telak dengan skor 15-1.

Dari informasi tersebut, dapat mudah ditampilkan:

	Set I	Set II	Set III
Ali	17	13	15
Badu	16	15	1

Judul Baris

Judul Kolom

Apabila judul baris dan kolom dihapus, maka diperoleh kelompok bilangan dengan susunan sebagai berikut:

$$\begin{array}{ccc} 17 & 13 & 15 \\ 16 & 15 & 1 \end{array}$$

Latihan 1:

Carilah contoh lain dalam kehidupan sehari-hari berupa data/informasi kemudian buatlah seperti contoh di atas !

Refleksi:

Apakah yang dapat Anda amati/simpulkan ?

Kesimpulan:

- Kelompok bilangan itu mempunyai susunan yang berbentuk persegi atau persegi panjang.
- Bilangan dalam kelompok itu tersusun dalam baris dan kolom.

Definisi:

Matriks adalah kelompok bilangan yang disusun dalam suatu jajaran berbentuk persegi yang terdiri atas baris-baris atau kolom-kolom. Agar berbatas, maka bagian pinggir-pinggir dari kelompok bilangan itu diberi kurung (kurung siku atau kurung biasa)

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 5 \end{pmatrix} ; C = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Latihan2:

1. Tentukan banyaknya baris dan kolom dari Matriks A , B dan C !
2. Tentukan matriks koefisien dari sistem persamaan berikut:

a.

$$4x + 2y - 4z = 8$$

$$3x - y + z = 4$$

$$2x + y - z = 5$$

b.

$$2x + y + z = 4$$

$$x + 4y - 3z = 12$$

$$3x + 5y + 2z = 21$$

Catatan tambahan:

Matriks koefisien adalah matriks yang diperoleh dari koefisien-koefisien suatu sistem persamaan linear.

Ordo Matriks

Ordo atau ukuran dari suatu matriks ditentukan oleh banyak baris dan banyak kolom dari matriks itu. Banyak elemen atau unsur dari suatu matriks ditentukan oleh hasil kali banyak baris dengan banyak kolom dari matriks itu.

Elemen pada baris ke-i dan kolom ke-j dinotasikan dengan a_{ij}

Contoh:

Diketahui matriks:

$$D = \begin{pmatrix} 12 & 11 \\ 14 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriks D berordo 2×2 karena banyaknya kolom = 2 dan banyaknya baris 2 dan dapat ditulis: $D_{2 \times 2}$. Sedangkan banyaknya elemen matriks $D = 4$ (2×2).

Latihan3:

1. Tentukan ordo dari Matriks A , B dan C di atas !
2. Tulislah bentuk umum dari matriks A yang berordo/berukuran $m \times n$ ($A_{m \times n}$) !

B. Jenis-jenis Matriks

- Matriks Baris adalah matriks berukuran $1 \times n$ (banyak baris 1 dan kolom n)
- Matriks Kolom adalah matriks berukuran $m \times 1$.
- Matriks Persegi atau Bujur Sangkar adalah matriks yang berukuran $n \times n$, banyaknya baris = banyaknya kolom = n .

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

Elemen-elemen diagonal samping adalah 5, 4. Elemen-elemen diagonal utama adalah -1, 10.

- Matriks segitiga adalah matriks persegi berordo n dengan elemen-elemen yang berada di atas diagonal utama atau di bawah diagonal utama semuanya bernilai **nol**.
- Matriks diagonal adalah matriks persegi berordo n dengan elemen-elemen matriks yang berada di bawah dan di atas diagonal utama semuanya bernilai **nol**.
- Sedangkan, jika suatu matriks berordo n dengan elemen-elemen pada diagonal utama bernilai 1, maka matriks diagonal semacam ini disebut matriks Identitas atau matriks satuan.

- Matriks datar adalah matriks berordo $m \times n$ dengan $m < n$ (banyaknya baris kurang dari banyaknya kolom, sedangkan jika $m > n$ (banyaknya baris lebih banyak dari banyaknya kolom, maka matriks semacam ini disebut matriks tegak.

Latihan4:

- Dengan pemahaman Anda, buatlah contoh sendiri dari jenis-jenis matriks tersebut !

C. Transpos Matriks

Definisi:

Transpos dari matriks A berordo $m \times n$ adalah sebuah matriks A^t berordo $n \times m$ yang disusun dengan proses sebagai berikut:

- Baris pertama matriks A ditulis menjadi kolom pertama matriks A^t .
- Baris kedua matriks A ditulis menjadi kolom kedua matriks A^t .
- dst
- Baris ke- m matriks A ditulis menjadi kolom ke- m matriks A^t .

Contoh:

Jika $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ maka transpos dari matriks P adalah $P^t = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Definisi:

Misalkan matriks A adalah matriks persegi berordo n . Matriks A disebut **matriks simetris atau setangkup** jika dan hanya jika elemen-elemen yang letaknya simetris terhadap diagonal utama bernilai sama, ditulis:

$$a_{ij} = a_{ji} (i \neq j)$$

Akibat definisi diatas, jika A adalah matriks simetris maka transpos dari matriks A sama dengan A itu sendiri atau $A^t = A$.

Latihan5:

- Bentuklah suatu matriks berordo 2×3 , kemudian tentukan transposnya !
- Bentuklah suatu matriks berordo 4×3 , kemudian tentukan transposnya !
- Tentukan transpos dari matriks dari contoh yang Anda buat pada **latihan4!**
Apa yang dapat Anda simpulkan ?

D. Kesamaan Dua Matriks

Matriks A sama dengan matriks B ditulis $A = B$.

Definisi:

Matriks A dan matriks B dikatakan sama ($A = B$), jika dan hanya jika

1. Ordo matriks A sama dengan ordo matriks B .
2. Semua elemen yang seletak pada matriks A dan matriks B mempunyai nilai yang sama, $a_{ij} = b_{ij}$, untuk **semua nilai i dan j** .

Contoh:

Diketahui matriks:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} ; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} ; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} .$$

Dapat disimpulkan bahwa $A \neq B, A = C, B \neq C$. **Mengapa ?**

Latihan6:

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4a & 4b \\ 4c & 4d \end{pmatrix}$ dan matriks $B = \begin{pmatrix} a+2 & 2b+5 \\ 3c+3 & c+1 \end{pmatrix}$. Jika matriks $A = B$, maka tentukan nilai a, b, c dan d .

2. Diketahui matriks-matriks:

$$P = \begin{pmatrix} 2a & a-b \\ c-b & d+c \\ e - \frac{1}{2}d & e+2f \end{pmatrix} \text{ dan } Q = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Jika $P^t = Q$, carilah nilai a, b, c, d dan f .

Daftar Buku Acuan:

Wirodikromo, S. 2004. *Matematika untuk SMA Kelas XII Semester 1*. Jakarta: Penerbit Erlangga