

MODUL MATEMATIKA UNTUK SMA

istiyanto.com

Mari Berbagi Ilmu Dengan Yang Lain

Pesan soal-soal matematika untuk SD, SMP dan SMA ?

Soal ulangan harian, ulangan mid, ulangan semester, soal-soal UAN dll.

Tulis permintaan Anda dan kirim email ke:

sebelasseptember@yahoo.com

Algoritma untuk menentukan invers matriks persegi berordo 2:

1. Elemen-elemen pada diagonal utama dipertukarkan.
2. Tanda elemen-elemen pada diagonal samping diubah. Jika elemen itu (+) diubah menjadi (-) dan jika elemen (-) diganti (+).
3. Matriks yang diperoleh pada langkah 1 dan 2 di atas, kemudian dibagi dengan determinan matriks persegi awal.

Contoh:

Tentukan invers dari matriks-matriks berikut:

a. $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Penyelesaian:

a.

$$\det A = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = (-10 - (-12)) = 2.$$

Karena $\det A \neq 0$ maka matriks A mempunyai invers, dan invers dari matriks A adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{3}{2} \\ -2 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

b.

$$\det B = \begin{vmatrix} 6 & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 18 - 18 = 0.$$

Karena $\det B = 0$, maka matriks B tidak mempunyai invers.

Sifat invers dari perkalian dua matriks persegi berordo 2:

Misalkan matriks A dan matriks B merupakan matriks-matriks persegi berordo 2 yang tak singular, A^{-1} dan B^{-1} berturut-turut adalah invers dari matriks A dan matriks B, maka berlaku sifat:

1. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

2. $(BA)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

Contoh:

Diketahui matriks-matriks:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dapat ditunjukkan bahwa $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ dan $(BA)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$.

Latihan:

Misalkan $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ adalah invers dari matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Carilah nilai-nilai a,

b, c, d, kemudian tuliskan matriks A^{-1} itu.

Diperoleh matriks $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$.

Petunjuk: Gunakan sifat $A^{-1}A = I$.

Sifat invers transpos suatu matriks persegi berordo 2:

Misalkan A adalah matriks persegi berordo 2, A^{-1} adalah invers matriks A dan A^t adalah transpos matriks A. Maka berlaku sifat:

$$(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t.$$

Contoh:

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, dapat ditunjukkan bahwa $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

LATIHAN UMUM-INVERS MATRIKS:

1. Tentukan invers dari matriks-matriks berikut:

a. $A = \begin{bmatrix} -6 & -8 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ c. $C = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

b. $B = \begin{bmatrix} 5 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{9} \end{bmatrix}$ d. $D = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} \end{bmatrix}$

2. Diketahui matriks:

$$A = \begin{bmatrix} 1+q & -q \\ q & 1-q \end{bmatrix}, \text{ q bilangan real dan } q \neq 0.$$

a. Tentukan invers dari matriks A.

b. Tentukan invers dari matriks A untuk $q = 0$, $q = 10$ dan $q = -\frac{1}{4}$.

3. Misalkan $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ adalah invers dari matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, sehingga

berlaku hubungan $A^{-1}A = I$.

a. Dengan menggunakan hasil hubungan di atas, carilah nilai-nilai a, b, c, d.

b. Tuliskan matriks A^{-1} .

4. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -6 \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$. Tunjukkan bahwa matriks A^2 dan $(A^{-1})^2$

adalah dua matriks saling invers.

5. Diketahui matriks-matriks:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -6 & -5 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Periksalah apakah: $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$.

6. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$. Carilah nilai-nilai x agar $(A - xI)$ merupakan

matriks yang singular. Ulangi pertanyaan untuk matriks $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$.

DAFTAR PUSTAKA:

- Wirodikromo, Sartono. 2004. *Matematika Untuk SMA Kelas XII Semester 5*. Jakarta: Penerbit Erlangga
- www.sosmath.com