

MODUL MATEMATIKA UNTUK SMA

istiyanto.com

Mari Berbagi Ilmu Dengan Yang Lain

Pesan soal-soal matematika untuk SD, SMP dan SMA ?

Soal ulangan harian, ulangan mid, ulangan semester, soal-soal UAN dll.

Tulis permintaan Anda dan kirim email ke:

sebelasseptember@yahoo.com

PERTIDAKSAMAAN MUTLAK

TEORI:

PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

Definisi Nilai Mutlak:

Untuk setiap bilangan real x , nilai mutlak x didefinisikan sebagai:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Contoh:

- $|9|=9$
- $|-8|=-(-8)=8$
- $|\sqrt{3}-1|=\sqrt{3}-1$, karena $\sqrt{3}-1 \geq 0$
- $|1-\sqrt{2}|=-(1-\sqrt{2})=-1+\sqrt{2}$, karena $1-\sqrt{2} < 0$

Sifat-sifat nilai mutlak bilangan real:

1. $\forall a \in R$ dan $a \geq 0$ berlaku:
 - a. $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
 - b. $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
 - c. $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$ atau $x > a$
 - d. $|x| \leq a \Leftrightarrow x \leq -a$ atau $x \geq a$
2. $|x| = \sqrt{x^2}$
3. $\forall x, y \in R$ berlaku:
 - a. $|x \cdot y| = |x| |y|$
 - b. $\frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}$

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian (HP) dari $|1-3x|=8$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} |1-3x| &= 8 \\ \Leftrightarrow 1-3x &= 8 \text{ atau } 1-3x = -8 \\ \Leftrightarrow -3x &= 7 \text{ atau } -3x = -9 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{7}{3} \text{ atau } x = 3 \end{aligned}$$

Jadi, $HP = \{-\frac{7}{3}, 3\}$.

Definisi Pertidaksamaan Nilai Mutlak:

Pertidaksamaan nilai mutlak adalah pertidaksamaan yang variabelnya berada di dalam tanda mutlak.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian (HP) dari:

a. $|2x-1| \leq 5$

Penyelesaian:

Dengan menggunakan sifat 1b, maka

$$\begin{aligned} -5 &\leq 2x-1 \leq 5 \\ \Leftrightarrow -5+1 &\leq 2x \leq 5+1 \\ \Leftrightarrow -4 &\leq 2x \leq 6 \\ \Leftrightarrow -2 &\leq x \leq 3 \end{aligned}$$

Jadi, $HP = \{x \in R \mid -2 \leq x \leq 3\}$.

b. $|3x-4| \geq 8$

Penyelesaian:

Dengan menggunakan sifat 1d, maka

$$\begin{aligned} x &\leq -a \text{ atau } x \geq a \\ \Leftrightarrow 3x-4 &\leq -8 \text{ atau } 3x-4 \geq 8 \\ \Leftrightarrow 3x &\leq -4 \text{ atau } 3x \geq 12 \\ \Leftrightarrow x &\leq -\frac{4}{3} \text{ atau } x \geq 4 \end{aligned}$$

Jadi, $HP = \{x \in R \mid x \leq -\frac{4}{3} \text{ atau } x \geq 4\}$.

c. $|x-2| \leq |1-2x|$

Penyelesaian:

Dengan menggunakan sifat 2, maka

$$\begin{aligned} |x-2| &\leq |1-2x| \\ \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2} &\leq \sqrt{(1-2x)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (x-2)^2 &= (1-2x)^2 \text{ (kedua ruas dikuadratkan)} \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 &\leq 4x^2 - 4x + 1 \\ \Leftrightarrow -3x^2 + 3 &\leq 1 \\ \Leftrightarrow 3x^2 - 3 &\geq 0 \text{ (dikalikan negatif, tanda berubah)} \\ \Leftrightarrow x^2 - 1 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow (x+1)(x-1) &\geq 0 \end{aligned}$$

Pembuat nol: $x=-1$ atau $x=1$, sehingga

Jadi, $HP = \{x \in R \mid x \geq -1 \text{ atau } x \geq 1\}$.

d. $|x^2 + 2x - 9| \leq 6$

Penyelesaian:

Dengan menggunakan sifat 1b, maka

$$\begin{aligned} -6 &\leq x^2 + 2x - 9 \leq 6 \\ \Leftrightarrow -6 &\leq x^2 + 2x - 9 \text{ dan } x^2 + 2x - 9 \leq 6 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x - 9 + 6 &\geq 0 \text{ dan } x^2 + 2x - 9 - 6 \leq 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 &\geq 0 \text{ dan } x^2 + 2x - 15 \leq 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 &\geq 0 \text{ dan } x^2 + 2x - 15 \leq 0 \\ \Leftrightarrow (x+3)(x-1) &\geq 0 \text{ dan } (x+5)(x-3) \leq 0 \end{aligned}$$

Pembuat nol (I): $x=-3$ atau $x=1$

Pembuat nol yang (II): $x=-5$ atau $x=3$

Jadi, $HP = \{x \in R \mid -5 \leq x \leq -3 \text{ atau } 1 \leq x \leq 3\}$.

LATIHAN:

Carilah himpunan penyelesaian dari tiap pertidaksamaan nilai mutlak berikut:

- $|3x - 2| \leq 6$
- $|4x - 2| > 6$
- $|x - 3| \leq |x + 5|$
- $|x^2 + 3x - 14| \leq 4$

SELAMAT MENGERJAKAN-SEMOGA BERHASIL